



Specialité SI

Fiche de cours n°1 Numération : les bases

Système binaire ou base 2

Le système binaire (Base 2) a été conçu au 17ème siècle par le mathématicien LEIBNITZ. Il présente l'avantage de ne comporter que deux symboles qui traduisent l'absence ou la présence d'un signal électrique.

I). Définitions

+ Digit :

C'est un **chiffre**

+ Système binaire :

Il utilise exclusivement les deux symboles **0 et 1**.

ou **L (Low) et H (High)**

+ Bit : (de Binary Digit : Chiffre Binaire)

C'est la plus petite unité d'information binaire qui vaut 0 ou 1.

ex: 1011 est un nombre de **4 bits**.

+ Mot Binaire :

C'est un groupe de bits :

Un mot de 4 bits s'appelle un **Quartet**.

Un mot de 8 bits s'appelle un **Octet (Byte)**.

Un mot de 16 bits s'appelle un **(Word)**.

Un mot de 32 bits s'appelle un **Double Mot (Dword)**

Poids (pondération) :

C'est le coefficient attaché au rang d'un chiffre dans un système de numération.

Le poids est égal à la base élevée à la puissance de son rang.

En numération binaire ou base 2 :

On parle de **bit de poids faible** : c'est le bit le plus à droite (**L.S.B.** : Least Significant Bit, en anglais).

On parle de **bit de poids fort** : c'est le bit le plus à gauche (**M.S.B.** : Most Significant Bit, en anglais).

Chiffre	1	0	0	1
Rang	3	2	1	0
Poids	2^3 8	2^2 4	2^1 2	2^0 1

En utilisant les poids on passe facilement de la base 2 à la base 10.

Exemple :

$$N = (10110)_2$$

$$\Rightarrow N = 0 * 2^0 + 1 * 2^1 + 1 * 2^2 + 0 * 2^3 + 1 * 2^4 = 0 + 2 + 4 + 0 + 16$$

$$N = (22)_{10}$$

II) Notations des valeurs binaires

Pour identifier l'écriture en binaire d'un nombre binaire, il peut être précédé du signe % ou suivi de l'indice de base ()₂ ou d'un B.

Exemple : on peut écrire 01001 en binaire comme ceci :

$$\% 01001 \text{ ou } (01001)_2 \text{ ou } 01001_B.$$

Remarque:

Si la base est sous-entendue, on peut alors se permettre de ne pas préciser la base.

III) Etendue des valeurs

En utilisant **n bits**, on peut former 2^n nombres différents.

Exemple si $n = 8$:

on peut former : 2^8 soit 256 nombres différents de 0 (00000000)₂ à 255 (11111111)₂.

III) Les multiples des octets

Les préfixes kilo, méga, giga, téra, etc., correspondent aux mêmes multiplicateurs que dans tous les autres domaines.

Appliqué à l'informatique, cela donne :

1 kilooctet (ko) = 1 000 octets

1 mégaoctet (Mo) = 10^6 octets = 1 000 ko = 1 000 000

1 gigaoctet (Go) = 10^9 octets = 1 000 Mo = 1 000 000 000

1 téraoctet (To) = 10^{12} octets = 1 000 Go = 1 000 000 000 000

1 pétaoctet (Po) = 10^{15} octets = 1 000 To = 1 000 000 000 000 000 octets

La normalisation des préfixes binaires de 1998 par la Commission électrotechnique internationale spécifie les préfixes suivants pour représenter les puissances de 2 :

kibi pour « kilo binaire » ;

mébi pour « méga binaire » ;

gibi pour « giga binaire » ;

tébi pour « téra binaire » ;

et ainsi de suite.

Concernant les multiples de l'octet, cela donne :

1 kibiocet (Kio) = 2^{10} octets = 1 024 octets

1 mébiocet (Mio) = 2^{20} octets = 1 024 Kio = 1 048 576 octets

1 gibiocet (Gio) = 2^{30} octets = 1 024 Mio = 1 073 741 824 octets

1 tébiocet (Tio) = 2^{40} octets = 1 024 Gio = 1 099 511 627 776 octets

1 pébiocet (Pio) = 2^{50} octets = 1 024 Tio = 1 125 899 906 842 624 octets

1 exbiocet (Eio) = 2^{60} octets = 1 024 Pio = 1 152 921 504 606 846 976 octets

1 zébiocet (Zio) = 2^{70} octets = 1 024 Eio = 1 180 591 620 717 411 303 424 octets

1 yobiocet (Yio) = 2^{80} octets = 1 024 Zio = 1 208 925 819 614 629 174 706 176 octets

Exercices d'applications :

La fiche technique d'un disque dur externe indique une capacité de **320 GB**, exprimez cette capacité en **Mio** et en **Gio** :

$$320 \text{ GB} \rightarrow 320^9 \text{ octets} \rightarrow 320 \cdot 10^9 / 2^{20} \approx 305$$

Votre fournisseur ADSL vous annonce un débit descendant de 8 192 kibits/s.
 Vous faites une mesure de débit réel et vous trouvez une moyenne de 3 280 kibits/s.
 Quel sera le temps théorique minimal de téléchargement d'une application de taille égale à 25 Mo ?

$$3\,280 \text{ kibits/s} = 3\,280 \cdot 2^{10} \text{ bits/s} = (3\,280 \cdot 2^{10}) / 8 \text{ octets/s} = 419\,840 \text{ octets/s}$$

$$25 \text{ Mo} = 25 \cdot 106 \text{ octets donc } (25 \cdot 106) / 419\,840 \approx 59,5 \text{ s}$$

Système décimal ou base 10:

C'est le système de numération décimal que nous utilisons tous les jours.

I). Définitions

La base 10 utilise 10 symboles différents :

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

II). Pondération

Chiffre	8	4	0	6
Rang	3	2	1	0
Poids	10^3	10^2	10^1	10^0
	8	4	2	1

Soit $N=2345_{10}$; à l'aide des puissances de 10, ce nombre s'écrit alors :

$$N = 2345_{10} \text{ soit } N = 2 * 10^3 + 3 * 10^2 + 4 * 10^1 + 5 * 10^0 = 2000 + 300 + 40 + 5$$

Système hexadécimal ou base 16

I). Définitions

Le système hexadécimal est de base 16 et utilise les 16 symboles différents :

décimaux : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

et les lettres A,B,C,D,E et F

La succession des nombres hexadécimaux par ordre croissant est la suivante :

- 1 chiffre : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, 0, 1, 2, 3.....etc.
- 2 chiffres : 00, 01, 02, 09, 0A, 0B,....., 0F, 10, 11, 12,....., 19, 1A, 1B.....etc.

Les lettres **A à F** correspondent respectivement aux nombres décimaux **10 à 15**.

II). Notations des valeurs hexadécimales

Pour identifier l'écriture d'un nombre hexadécimal, il peut être précédé du signe \$ ou suivi de l'indice de base ()₁₆ ou de la lettre H.

Exemple : on peut écrire F6B1 en hexadécimale comme ceci :

\$F6B1 ou (F6B1)₁₆ ou F6B1_H

III). Pondération

Dans ce système, le poids est une puissance de 16.

Chiffre	C	4	0	6
Rang	3	2	1	0
Poids	16³ 4096	16² 256	16¹ 16	16⁰ 1

Exemple : N = (AC53)₁₆ donne en décimale :

$$\begin{aligned} N &= A * 16^3 + C * 16^2 + 5 * 16^1 + 3 * 16^0 \\ N &= 10 * 16^3 + 12 * 16^2 + 5 * 16^1 + 3 * 16^0 \\ N &= (4115)_{10} \end{aligned}$$

Système quelconque :

Pour une base B quelconque :

$$N_{10} = a_0 * B^0 + a_1 * B^1 + + a_{n-1} * B^{n-1} + a_n * B^n$$

B : la base du système - Bⁿ : le poids du chiffre a_n - a_n : le chiffre de rang n.

Exercices :

✓ Donner en base 10 les valeurs de :

$$N1 = (10011101)_2 \quad N2 = (1210)_3 \quad N3 = (257)_8 \quad N4 = (555)_5 \quad N5 = (ACF)_{16}$$

Tableau de correspondance entre nombre de différentes bases

Décimal (base 10)	Binaire (base 2)	Hexadécimal (base 16)
0	0 0 0 0	0
1	0 0 0 1	1
2	0 0 1 0	2
3	0 0 1 1	3
4	0 1 0 0	4
5	0 1 0 1	5
6	0 1 1 0	6
7	0 1 1 1	7
8	1 0 0 0	8
9	1 0 0 1	9
10	1 0 1 0	A
11	1 0 1 1	B
12	1 1 0 0	C
13	1 1 0 1	D
14	1 1 1 0	E
15	1 1 1 1	F
16	1 0 0 0 0	1 0
17		